



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escoger solo cuatro ejercicios elegidos entre los ocho de que consta el examen.
2. Si realiza más de cuatro ejercicios solo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

Ejercicio 1 [2.5 PUNTOS]

Considera la ecuación $AXA^t = B$ en donde $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, y A^t denota traspuesta de A .

- 1) [0.5 PUNTOS] Despeja la matriz X en la igualdad dada.
- 2) [0.5 PUNTOS] Comprueba que A es invertible y calcula su inversa.
- 3) [0.5 PUNTOS] Comprueba que $(A^{-1})^t = (A^t)^{-1}$
- 4) [1 PUNTO] Calcula X .

Ejercicio 2 [2.5 PUNTOS] Considera la función $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcula la derivada primera
- 2) [0.5 PUNTOS] Calcula la pendiente de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi$.
- 3) [0.5 PUNTOS] Calcula las asíntotas.
- 4) [1 PUNTO] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Ejercicio 3 [2.5 PUNTOS]

Se emite un rayo láser desde el punto $P = (1, 2, 8)$ en la dirección del vector $\vec{v} = (1, 2, -3)$. El plano $-x - y + 3z = -8$ determina la posición de una lámina de grandes dimensiones.

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta que contiene al rayo láser.
- 2) [1 PUNTO] Determina la posición relativa de rayo y lámina.
- 3) [1 PUNTO] Se quiere situar otra lámina que sea ortogonal al rayo y pase por el origen. Calcula la ecuación del plano de esta lámina.

Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]

Un determinado test rápido para anticuerpos de COVID-19 consigue detectar concentraciones iguales o superiores a 10 U, en donde U son unidades de concentración de anticuerpos. De esta forma, concentraciones iguales o superiores a 10 U dan un resultado positivo, mientras que concentraciones inferiores a 10 U dan un resultado negativo en el test. Suponemos que la concentración de anticuerpos sigue una distribución normal con media 20 U y desviación típica 5 U y que todas las personas que han pasado la enfermedad han desarrollado anticuerpos.

- 1) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que una persona que ha pasado la enfermedad de negativo en el test.
- 2) [1.25 PUNTOS] Calcula qué concentraciones debería detectar el test para que la probabilidad calculada en el apartado anterior fuese del 1%.

Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]

En un juego de mesa se pueden comprar tanques, submarinos y aviones por 1, 3 y 5 diamantes, respectivamente. El rival ha gastado 41 diamantes. Sabemos que tiene el doble de submarinos que de tanques, y que el número de submarinos más el de aviones es 10.

- 1) [1 PUNTO] Con la información dada, plantea un sistema de ecuaciones para hallar el número de tanques, submarinos y aviones que tiene el rival.
- 2) [0.5 PUNTOS] Clasifica el sistema.
- 3) [1 PUNTO] Resuelve el sistema.

Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]

Considera la función $f(x) = \frac{2}{x^2}$.

- 1) [1 PUNTO] Calcula el dominio y las asíntotas de $f(x)$.
- 2) [0.5 PUNTOS] Halla una primitiva de $f(x)$.
- 3) [1 PUNTO] Calcula el área de la región limitada por la función $y = f(x)$, las rectas $x = 1$, $x = 2$, y el eje OX de abscisas.

Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, 3, -4)$, $C = (4, 3, 2)$.

- 1) [0.5 PUNTOS] Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos A y B .
- 2) [1 PUNTO] Halla la ecuación del plano que contiene los tres puntos.
- 3) [1 PUNTO] Calcula el área del triángulo que forman los tres puntos.

Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]

En un concurso de televisión el premio consiste en lanzar de forma independiente un dado cúbico y una moneda (suponemos que ambos son perfectos). Por cada punto obtenido con el dado sumamos 100 € (si sacamos un 1 ganamos 100 €, si sacamos un 2 ganamos 200 €, etc.) y si en la moneda sale “Cara” sumamos 300 € adicionales.

- 1) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de ganar exactamente 400 €.
- 2) [0.5 PUNTOS] Calcula la probabilidad de ganar 400 € si sabemos que ha salido “Cara” en la moneda.
- 3) [1 PUNTO] Calcula la probabilidad de que haya salido “Cara” sabiendo que hemos ganado 400 €.