



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Debe escogerse una sola de las opciones.
2. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
3. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
4. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

Considere el sistema $\begin{pmatrix} t & 1 & 1 \\ t & -1 & 1 \\ t & 0 & t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ dependiente del parámetro t .

- 1) [1.5 PUNTOS] Clasifique, en función del valor de t , el tipo de sistema.
- 2) [1 PUNTO] Calcule todas las soluciones del sistema en el caso $t = 1$.

Ejercicio 2

Considere la función $f(x) = (x + 10)e^{2x}$.

- 1) [2.5 PUNTOS] Calcule una primitiva $F(x)$ tal que $F(0) = 0$. Use la derivada para comprobar su solución.
- 2) [0.5 PUNTOS] Calcule $\int_0^5 f(x)dx$.

Ejercicio 3

Tomemos el plano $\Pi \equiv 2x + ay + z = 2$ y la recta $r(t) \equiv (0, 0, 0) + t\overrightarrow{(2, 1, 1)}$.

- 1) [0.5 PUNTOS] Determine a para que r y Π sean ortogonales.
- 2) [2 PUNTOS] Determine a para que r y Π sean paralelos. Calcule la distancia entre r y Π en este caso.

Ejercicio 4

Una prueba rápida para detectar una enfermedad da un 2% de falsos positivos (personas sanas en las que la prueba da positivo, clasificándolas como enfermas) y un 1% de falsos negativos (personas enfermas en las que la prueba da negativo, clasificándolas como sanas). En una población hay un 4% de enfermos.

- 1) [1 PUNTO] Calcule la probabilidad de que el test dé un resultado negativo.
- 2) [1 PUNTO] La prueba da un resultado positivo (clasificando a la persona como enferma). Calcule la probabilidad de que realmente esté sana.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1

$$\text{Sean } M = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcule, razonadamente, el rango de M .
- 2) [2 PUNTOS] Determine todos los vectores v tales que $M^2 \cdot v = M^{-1} \cdot v$.

Ejercicio 2

$$\text{Sea la función } f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(x)}{2x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{a - x^2}{2 + x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- 1) [1 PUNTOS] Determine, si existe, el valor de a que haga a la función continua en $x = 0$.
- 2) [1.5 PUNTOS] Calcule el valor de a para que f tenga un extremo relativo en $x = 2$. ¿Es este extremo un máximo o mínimo local?
- 3) [0.5 PUNTOS] Sea $g(x)$ una función integrable, si $\int_0^3 g(x)dx = 4$ y $\int_2^3 g(x)dx = 6$, ¿Cuánto vale $\int_0^2 g(x)dx$?

Ejercicio 3

$$\text{Sean las rectas } r_1 \equiv \begin{cases} y & = & 2 \\ 2x + z & = & 13 \end{cases}, r_2 \equiv \begin{cases} x + 2y & = & 4 \\ x - z & = & 3 \end{cases} \text{ y el punto } A = (0, 0, 3).$$

- 1) [2.5 PUNTOS] Calcule la ecuación general (implícita) del plano que pasa por A y es paralelo a r_1 y a r_2 .

Ejercicio 4

El peso de una población sigue una distribución normal de media 70kg y desviación típica de 10kg.

- 1) [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa entre 65 y 75 kg.
- 2) [1 PUNTO] Calcule el porcentaje de población que pesa al menos 85 kg.